



Francisco Eusebio Acaro-Lapo

**E-mail:** francis1963@hotmail.es

**Orcid:** <https://orcid.org/0009-0002-7200-5022>

María Jisela Poroza-Rodríguez

**E-mail:** mariaporoza@gmail.com

**Orcid:** <https://orcid.org/0009-0008-6423-0602>

Giselle Aurelia Rodríguez-Caballero

**E-mail:** garodriguezc@ube.edu.ec

**Orcid:** <https://orcid.org/0000-0002-5368-6371>

Universidad Bolivariana del Ecuador. Guayaquil, Ecuador

## Cita sugerida (APA, séptima edición)

Acara-Lapo, F. E., Poroza-Rodríguez, M. J., & Rodríguez-Caballero, G. A. (2024). La enseñanza de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita en octavo año. *Revista Sociedad & Tecnología*, 7(S1), 74-91. DOI: <https://doi.org/10.51247/st.v7iS1.493>.

==== o ====

## La enseñanza de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita en octavo año.

### RESUMEN

Se socializan los resultados de una investigación desarrollada en la Unidad Educativa del Milenio "Profesora Consuelo Benavides" con estudiantes de octavo año, a partir de la constatación de insuficiencias en el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, entre otras causas por la utilización de métodos de enseñanza tradicionales debido a limitaciones en la preparación de los docentes para implementar estrategias didácticas novedosas, incluidas las lúdicas. Se identificó como problema científico: ¿Cómo perfeccionar el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita por los estudiantes de 8vo año de la EGB? y como objetivo elaborar un sistema de actividades para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita sustentado en el uso del juego. Se utilizaron diferentes métodos y técnicas teóricas, empíricas y matemáticas, para estudiar la problemática, elaborar la propuesta de solución y comprobar su factibilidad y eficacia, lo que se corroboró a través del estudio de caso en el que participaron 22 estudiantes y un docente, constatándose las ventajas y viabilidad del uso del juego con fines didácticos, lo que coincide con los hallazgos de otros estudios que constituyen antecedentes y devienen el marco teórico de la investigación.

**Palabras clave:** ecuaciones lineales con una incógnita, aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, juego como estrategia didáctica

## Teaching the solution of linear equations with an unknown in the eighth year.

### ABSTRACT

The results of a research carried out in the Millennium Educational Unit "Profesora Consuelo Benavides" are socialized with eighth-grade students, based on the observation of inadequacies in the learning of the solution of linear equations with an unknown number; The use of traditional teaching methods due to limitations in the preparation of teachers for implementing new teaching strategies, including play. It was identified as a scientific problem: How to perfect the learning of the solution of linear equations with an unknown by the students of 8th year of EGB? and the aim is to develop a system of activities for learning the solution of linear equations with an unknown based on the use of games. Different theoretical, empirical and mathematical methods and techniques were used to study the problem, develop the solution proposal and test its feasibility and effectiveness, which was confirmed by the case study involving 22 students and one teacher, the advantages and feasibility of using the game for educational purposes are being established, which is in line with findings from other studies that form the background and become the theoretical framework for research.

**Keywords:** linear equations with an unknown, learning the solution of linear equations with an unknown, game as didactic strategy

==== o ====

## Ensinar a resolução de equações lineares com uma incógnita no oitavo ano

### RESUMO

São socializados os resultados de uma pesquisa realizada na Unidade Educacional do Milênio "Professora Consuelo Benavides" com alunos do oitavo ano, a partir da constatação de deficiências no aprendizado da solução de equações lineares com um desconhecido, Entre outras causas, a utilização de métodos tradicionais de ensino devido a limitações na preparação dos professores para implementar estratégias didáticas inovadoras, incluindo lúdicas. Foi identificado como problema científico: Como aperfeiçoar a aprendizagem da solução de equações lineares com um desconhecido pelos alunos do 8o ano da EGB? e como objetivo elaborar um sistema de atividades para o aprendizado da solução de equações lineares com uma incógnita sustentada no uso do jogo. Diferentes métodos e técnicas teóricas, empíricas e matemáticas foram utilizadas para estudar a problemática, elaborar a proposta de solução e verificar sua viabilidade e eficácia, o que foi corroborado através do estudo de caso no qual participaram 22 alunos e um professor, constatando-se as vantagens e viabilidade do uso do jogo para fins didáticos, o que coincide com os achados de outros estudos que constituem antecedentes e se tornam o marco teórico da investigação.

**Palavras-chave:** equações lineares com uma incógnita, aprender a solução de equações lineares com uma incógnita, jogo como estratégia didática

## INTRODUCCIÓN

El problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y dentro de estas del álgebra es un tema de interés general que no ha sido resuelto en su totalidad hasta la actualidad, a pesar de haber sido motivo de preocupación de los docentes y objeto de investigaciones y experiencias pedagógicas de avanzada; debido a que el aprendizaje del álgebra es imprescindible para que los estudiantes avancen en los conocimientos matemáticos.

Los errores que con no poca frecuencia manifiestan los estudiantes al resolver distintas tareas de carácter algebraico evidencian las dificultades en este tipo de actividades atribuidas a las inconveniencias que supone el tránsito desde la aritmética elemental al álgebra escolar a las dificultades que enfrentan los estudiantes al tener que enfrentarse a un lenguaje nuevo y con reglas que los tienden a confundir y al mayor nivel de abstracción del álgebra.

Uno de los contenidos en el que se presentan insuficiencias en el aprendizaje del álgebra es la solución de ecuaciones lineales con una incógnita; contenido que constituye uno de los de mayor interés en el ámbito algebraico ya que a través del mismo tiene lugar la transición de la aritmética al álgebra y se asientan los primeros conocimientos algebraicos; además, las ecuaciones constituyen un pilar sobre el que sustentan distintos conceptos matemáticos

León Soto, A. (s/f) en un trabajo en el que sistematiza investigaciones sobre la temática identificó las siguientes insuficiencias en el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

- Dificultades para usar las operaciones aritméticas básicas en problemas verbales que involucren ecuaciones o sistemas de ecuaciones.
- Errores en la introducción a la escritura literal para valores numéricos y en los comienzos del álgebra, sobre todo en igualdades y desigualdades.
- Falta de verificación al solucionar una ecuación lineal.
- Insuficiencias en el paso del registro verbal al algebraico de un problema que involucre ecuaciones lineales.
- Insuficiente uso del pasaje del registro gráfico al algebraico para resolver un sistema de ecuaciones lineales
- Limitaciones en la representación y resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales,

Estas se pueden sintetizar en dificultades de los estudiantes para simbolizar, generalizar o razonar algebraicamente.

Otros autores como Socas (1997), citado por Chavarría Arroyo, G., (2014) y por Pérez et al. (2019), reconocen el origen de estas insuficiencias en obstáculos epistemológicos, didácticos o cognitivos, e incluso en factores afectivos y emocionales

Los autores del presente estudio en su práctica pedagógica profesional han identificado estas insuficiencias en los estudiantes de octavo año de EGB de la Unidad Educativa del Milenio "Profesora Consuelo Benavides"

Entre las **causas** de estas insuficiencias León Soto, A. (s/f) identifica

- La complejidad matemática de los elementos básicos que se utilizan en la adquisición del objeto sistemas de ecuaciones lineales.
- La ruptura entre el pensamiento aritmético y el algebraico.

Con respecto a esta última causa Chavarría Arroyo, G., (2014), señala que *El paso de la aritmética a la generalización algebraica va más allá de solo aprender reglas para efectuar operaciones, implica comprender lo que representan los símbolos que se están estudiando.* (p17); en este sentido otros autores se refieren al mayor nivel de abstracción del lenguaje algebraico que dificulta en ocasiones su comprensión por los estudiantes, Muñoz, et al. (2017), citado por Figuera Toussentt, H., y Gutiérrez Gutiérrez, A., (2023).

Cortés-Tunjano, L. O. y Toro-Urbe, J. A. (2024). Como resultado de una revisión documental de investigaciones concluyen que *la principal dificultad para desarrollar el razonamiento algebraico se presenta en el lenguaje simbólico, los recursos semióticos y la falta de conciencia de los estudiantes en relación a los procesos involucrados al operar con estos y dar sentido a los conceptos algebraicos* (p 203)

Los autores de esta investigación en base a su experiencia pedagógica profesional consideran oportuno tener en cuenta además entre las causas:

- El predominio de métodos propios de la enseñanza tradicional en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en general y el álgebra en particular.
- La insuficiente preparación de los docentes para desarrollar estrategias de enseñanza efectivas, entre las que se incluyen las que aprovechan las potencialidades didácticas del juego.

La identificación de las insuficiencias y sus causas y el análisis de los hallazgos de investigaciones anteriores permite formular el siguiente problema científico: ¿Cómo perfeccionar el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita por los estudiantes de 8vo año de la EGB?

En el análisis de investigaciones anteriores se corrobora la eficacia de la utilización de estrategias didácticas sustentadas en el juego para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática de ahí que para dar solución al problema identificado la investigación se propuso como objetivo elaborar un sistema de actividades para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita sustentado en el uso didáctico del juego.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

La investigación se desarrolla en la Unidad Educativa del Milenio "Profesora Consuelo Benavides Cantón San Lorenzo, Kilómetro 2,5 vía San Lorenzo – Ibarra con estudiantes de octavo año, la misma se clasifica como una investigación aplicada, ya que su propósito no es generar nuevo conocimiento desde el punto de vista teórico sino transformar el estado actual del aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita aplicando resultados ya existentes sobre el uso del juego con fines didácticos; su alcance es descriptivo ya que describe el estado de la problemática que se estudia y los cambios que se producen en la misma al aplicar la propuesta de solución al problema identificado y tiene un enfoque mixto por cuanto se utilizan elementos de los diseños cuantitativos (métodos matemáticos, encuesta) y cualitativos (entrevista semiestructurada).

Para su desarrollo se utilizaron diferentes métodos y técnicas como herramientas que permiten estudiar la problemática, elaborar la propuesta de solución y comprobar su eficacia, se utilizaron métodos teóricos, empíricos y matemáticos.

Como métodos teóricos: análisis y síntesis, inducción-deducción, enfoque de sistema, para procesar los datos contenidos en la literatura sobre el tema y los obtenidos en el diagnóstico y para elaborar el informe de la investigación y el artículo con el que se socializan los resultados. El enfoque de sistema se tiene en cuenta para estructurar el sistema de actividades para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita

Entre los métodos y técnicas empíricas se utiliza la observación a clase, la prueba pedagógica a los estudiantes, la entrevista a docentes y la encuesta a estudiantes; para la realización del diagnóstico y la constatación de las transformaciones ocurridas una vez aplicada el sistema de actividades.

Los métodos matemáticos, se tuvieron en cuenta para manejar datos cuantitativos y cualitativos mediante técnicas de recolección de información, tabulación de datos, recuento, presentación, descripción y análisis de resultados; en esta investigación se utilizan para procesar los datos del diagnóstico y de los resultados de la aplicación del sistema de actividades.

Para corroborar la factibilidad y eficacia de la propuesta de solución del problema científico se utilizó el estudio de caso.

En la investigación se identifica una población de 105 estudiantes de octavo año y 5 docentes de Matemáticas. De esta población se seleccionó una muestra de 22 estudiantes y 1 docente. La selección se realizó a través de un muestreo no probabilístico, de ahí que se trate de una muestra opinática o de criterio teniendo en cuenta la disposición y posibilidades de participación en el estudio.

Los conceptos centrales de la investigación son: ecuaciones lineales con una incógnita, aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, juego como estrategia didáctica. Estas resultaron los descriptores a través de los cuales se realizó la búsqueda en Google académico de la información para la elaboración del marco teórico.

Como variable dependiente se considera el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita y como variable independiente el sistema de actividades para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita sustentado en el uso didáctico del juego.

### **Antecedentes.**

El análisis de la literatura sobre el tema corrobora que existe un gran interés por parte de investigadores y educadores por estudiar las dificultades que los estudiantes tienen al aprender nociones algebraicas.

León Soto, A. (s/f), realizó un trabajo como parte de una investigación cualitativa de tipo documental, motivado por las dificultades de los estudiantes para usar la modelación matemática en situaciones de contexto, con el propósito de brindar un sustento teórico sobre el desarrollo de teorías contemporáneas para la enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita, sustentado en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Los resultados obtenidos dieron cuenta de la existencia de una diversidad de aportes desde el punto de vista teórico y práctico sobre el tema y al mismo tiempo de una gran diversidad de insuficiencias en el aprendizaje de los estudiantes.

Chavarría Arroyo, G., (2014), desarrolló una investigación con estudiantes de octavo año, con el objetivo de analizar las dificultades en el aprendizaje de la resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita, la cual identificó como las principales causas de las dificultades aspectos afectivos, deficiencia en conocimientos previos, poca comprensión relacional, fatiga, distracción, deficiencias en la lectura y mal manejo de terminología.

Mesa Peña, E. O. (2016), en su trabajo final de maestría analiza desde la perspectiva del lenguaje y la comunicación la problemática de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita y sobre esta base diseña un proyecto de aula denominado La ecuación lineal con una incógnita: una tarea para explorar, en el que por medio del lenguaje y la comunicación enmarcado en la resolución de problemas se plantean actividades para solucionar las dificultades encontradas.

López Zuleta, L. B. (2017), llevó a cabo un proyecto de aula con los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa "Ángela Restrepo Moreno" (I.E.A.R.M) en el que basándose en las teorías de Ausubel, Vygotsky, Pólya y Schoenfeld, desarrolló estrategias metodológicas a partir de mediadores didácticos para identificar limitaciones en la modelación de situaciones problema y el manejo de ecuaciones lineales al encontrar el valor de una incógnita.; el estudio arrojó dificultades en la comprensión y análisis de situaciones problema, en la utilización de simbología matemática, y en la selección de las operaciones que intervienen en la representación matemática de las situaciones planteadas.

Como resultado de esta investigación además el autor reconoció la importancia de relacionar este conocimiento con la vida cotidiana a través de expresiones algebraicas que contengan valores desconocidos; para llegar a un entendimiento del significado concreto de la ecuación lineal y su utilización, valora también la significación de la exploración y la ejercitación en la enseñanza, López Zuleta, L. B. (2017).

Pérez et al. (2019) realizaron una clasificación de los errores que cometen los estudiantes de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) al resolver ecuaciones lineales, y sus causas,

Sará Pérez, E. y Campo, M. (2024) investigaron la efectividad del método de Polya como estrategia didáctica en la resolución de problemas matemáticos de ecuaciones lineales, a través de un cuasiexperimento pedagógico en el que se demostró la efectividad de dicho método a partir de la contrastación de los resultados de aprendizaje del grupo experimental (con el que se usó el método de Polya) y el de control (en el que no se utilizó)

### **El proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita y las estrategias didácticas lúdicas.**

Refiriéndose a la enseñanza del Álgebra León Loaiza, M. A., & León Loaiza, J. R. (2023), consideran necesario *generar procesos de enseñanza diferentes innovadores y participativos donde los estudiantes puedan comprender a partir de problemas la aplicabilidad del Álgebra lineal en situaciones de la vida cotidiana con estrategias que los incentiven a desarrollar un pensamiento crítico – reflexivo sobre los temas impartidos (p2557).*

Investigadores y educadores manifiestan un gran interés por estudiar las dificultades de los estudiantes al aprender nociones algebraicas, específicamente las ecuaciones lineales con una incógnita son uno de los contenidos a los que se le presta mayor interés; Alsina, A., & Bosch, E., (2024) argumentan que esto se debe a que el álgebra desarrolla habilidades mentales imprescindibles para comprender las matemáticas y el mundo en general

Aredo Alvarado, M. A., y Ugarte Guerra, F. J., (2019), analizan el estado del arte de las investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje del álgebra lineal y concluyen que esta tiene una gran riqueza como campo de investigación en Didáctica de la Matemática

Para definir qué es una ecuación se parte de los criterios de (Román, 2015), citado por Chavarría Arroyo, G., (2014), quien señala que *una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud pueda ser establecida a través de las restantes ecuaciones de un sistema o bien mediante otros procesos (p118).*

En el mismo trabajo Chavarría Arroyo, G., (2014) acota que *El término desconocido se llama incógnita y se representa generalmente por las últimas letras del abecedario: x, y o z, aunque puede utilizarse otra letra (Román, 2015) citado por (Chavarría Arroyo, G., 2014 p118).*

Una ecuación lineal con una incógnita es de la forma  $ax + b = 0$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes y  $a \neq 0$

Con respecto a las ecuaciones lineales, existen múltiples trabajos de tipo descriptivo que se enfocan en los errores en procesos algorítmicos de resolución de ecuaciones lineales con una incógnita, aunque es insuficiente el análisis teórico claro de las causas que originan los errores en la resolución de ecuaciones lineales (Pérez et al., 2019).

Según estos autores consultados existen tres tipos de errores en la solución de ecuaciones lineales con una incógnita:

- Errores aritméticos: errores en operaciones con enteros, errores en operaciones con fracciones y errores en la propiedad distributiva.
- Errores algebraicos propios de las ecuaciones: errores de concepto y errores de procedimiento.
- Errores mixtos aritmético-algebraicos: error en la jerarquía de las operaciones

Con el propósito de perfeccionar el aprendizaje y minimizar estos errores los docentes desarrollan diferentes estrategias didácticas entre las que se encuentran las sustentadas en el juego o estrategias lúdicas

El aprendizaje basado en el juego es un enfoque educativo que utiliza el juego como una herramienta para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. En este enfoque, se incorporan actividades lúdicas y divertidas para explorar, experimentar y aprender de manera activa y significativa, en el mismo se utiliza el juego para motivar a los estudiantes, incentivar su participación y promover el desarrollo de habilidades.

La gamificación implica la incorporación de elementos de juego en el proceso de enseñanza, lo que lo hace más atractivo y motivador para los estudiantes. Esta en la enseñanza de matemáticas incide en el aumento del interés y la participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, lo que a su vez puede mejorar su rendimiento académico (Solorzano et al., 2023), (Solís Ruiz, M. A., & Cambo Chisag, N. V., 2023), (Jama-Zambrano, V. & Cornejo-Zambrano, J. 2023), (Cueva-Cáceres, J. 2023).

Jorge Hernán Aristizábal et al. (2016), especificando en el juego matemático señalan *que este en su dinámica pone en acción la capacidad para razonar, proponer, comunicarse de forma matemática desde la oralidad y la escritura; es decir, cuando se apropia del lenguaje, la historia, el significado de los conceptos matemáticos y la forma cómo estos involucran otros conceptos que a la vez se desarrollan en bucles generando cada vez un conocimiento con mayor solidez. Este proceso convierte al estudiante en el principal protagonista de su aprendizaje (p., 119).*

Pazmiño, (2015) citado por Cambo Aguaiza, J., (2023), considera que *la estrategia lúdica es una metodología de enseñanza de carácter participativa impulsada por el uso creativo y pedagógico por medio de juegos recreativos, creados específicamente para generar aprendizajes significativos, tanto en términos de conocimientos, de habilidades o competencias sociales, como incorporación de valores (p117).* Cambo Aguaiza, J., (2023), agrega que estas motivan a los estudiantes y desarrollan su creatividad en un ambiente cómodo y de confianza; su importancia radica en que *fortalece, consolida conocimientos, incrementa la participación, fortalece el trabajo en equipo y permite incorporar aprendizajes significativos (p126).*

Específicamente en el caso de la enseñanza del Álgebra Figuera Toussentt, H., y Gutiérrez Gutiérrez, A., (2023), consideran que *El enfoque lúdico y práctico de los juegos permite a los estudiantes experimentar los conceptos algebraicos de manera concreta y significativa (p181).*

Alsina, A., y Bosch, E., (2024), proponen diferentes juegos con materiales manipulables para la enseñanza del álgebra entre los que señalan materiales lógicos, policubos y otros

materiales contables, máquinas de cambio o de funciones, balanzas numéricas, geomosaicos, regletas numéricas, panel numérico y tablas del 100, materiales con variables o cuasi-variables, juegos de mesa y materiales para promover el pensamiento computacional desconectado.

Las estrategias basadas en juego tiene en los juegos digitales grandes potencialidades de desarrollo, Ochoa Jaramillo et al. (2024) valoran positivamente el uso de herramientas digitales para mejorar la comprensión del álgebra y recomiendan la aplicación Geogebra con la que los estudiantes pueden explorar el comportamiento de las ecuaciones

## RESULTADOS

Para desarrollar el proceso de implementación de la propuesta y corroborar su factibilidad se utilizó el estudio de caso en sus tres fases preactiva, interactiva y postactiva; se seleccionó este método teniendo en cuenta que según Yacuzzi, E., (2005) el mismo es válido cuando se pretende responder "cómo" o "por qué" y cuando el investigador tiene poco control sobre los acontecimientos. Además este método tiene un enfoque integrador y ofrece la posibilidad de evaluar las transformaciones cualitativas ocurridas a partir de implementación de la propuesta de solución al problema científico.

En la fase pre activa se realizó el análisis del Currículo de los niveles de educación obligatoria Educación General Básica Superior a partir de indicadores seleccionados.

- Características generales del subnivel

*El subnivel Superior de la Educación General Básica constituye la antesala del nivel de Bachillerato. Se promueve la resolución de problemas por medio del razonamiento lógico y el pensamiento hipotético-deductivo.*

- Objetivos generales del subnivel Superior.

*OI.4.5. Tomar decisiones orientadas a la resolución de problemas, a partir del uso de diversas técnicas de investigación, nuevas tecnologías y métodos científicos, valorando los aspectos éticos, sociales, ambientales, económicos y culturales del contexto problemático.*

- Objetivos generales del área de Matemáticas.

*OI.4.12. Resolver problemas mediante el trabajo en equipo, adoptando roles en función de las necesidades del grupo y acordando estrategias que permitan mejorar y asegurar resultados colectivos, usando la información y variables pertinentes en función del entorno y comunicando el proceso seguido.*

*O.M.4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.*

- Objetivos de Bloque curricular Álgebra y funciones

*M.4.1.10 Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en  $Z$  en la solución de problemas (BÁSICO IMPRESCINDIBLE).*

*M.4.1.20. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en  $Q$  en la solución de problemas sencillos (BÁSICO IMPRESCINDIBLE).*

- Destrezas con criterios de desempeño a evaluar.

*M.4.1.10. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en  $Z$  en la solución de problemas.*

*M.4.1.11. Resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita en  $Z$ , de manera analítica, en la solución de ejercicios numéricos y problemas.*

El análisis del currículo permitió identificar el lugar y papel del aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita y su importancia para el cumplimiento de los objetivos del subnivel y del área de matemáticas, además de corroborar que la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita constituye una destreza a evaluar.

A continuación se realizó el diagnóstico, el cual se inició con la entrevista al docente

1. ¿Cuáles son los principales errores que cometen sus estudiantes al solucionar ecuaciones lineales con una incógnita?.

Los principales errores son de tipo aritmético, relacionados con el insuficiente dominio de contenidos anteriores como es el caso de las operaciones básicas con números enteros y fracciones y propiamente algebraicos especialmente del procedimiento para resolver las ecuaciones.

2. ¿Cómo valora las potencialidades didácticas del juego en la enseñanza de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita?

Considero que es beneficioso porque motiva aunque no le he usado precisamente en ese contenido.

3. ¿Utiliza juegos como recurso didáctico? ¿Con qué frecuencia?

Sí, aunque no muy frecuentemente.

4. ¿Cuándo utiliza juegos cómo se manifiesta el comportamiento y el aprendizaje de los estudiantes?

Se motivan y participan más y comprenden mejor lo que se les enseña.

La entrevista evidenció que aunque se reconoce la importancia del juego como estrategia didáctica no es usado con sistematicidad.

Luego se realizó la observación a una clase teniendo en cuenta los siguientes indicadores

1. Utilización de juegos (enfaticando en la solución de ecuaciones con una incógnita).
2. Participación de los estudiantes en el desarrollo de la clase (teniendo en cuenta si se usan o no juegos)
3. Resultados de aprendizaje (logros e insuficiencias en la solución de ecuaciones lineales con una incógnita)

La observación a una clase corroboró lo planteado en la entrevista pues no fueron utilizadas estrategias basadas en el juego.

Se observó además un abordaje descontextualizado de la resolución de problemas algebraico e inseguridad de los estudiantes al resolver ejercicios.

Sobre la base de la información obtenida en la entrevista al docente y la observación a una clase se realizó la encuesta tipo Likert a estudiantes que arrojó los siguientes resultados, como se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Resultados sobre resolución de problemas aplicada a estudiantes

	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Neutral	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Me siento más motivado para aprender ecuaciones lineales cuando se usan juegos en clase.	17/77,2%	3/13,6%	2/9,09%		
Las actividades lúdicas me ayudan a entender mejor el concepto de incógnita en una ecuación.	3/13,6%	8/36,3%	10/45,4%		
Prefiero resolver ecuaciones lineales usando métodos tradicionales en lugar de juegos.		8/36,3%	6/27,2%	8/36,3%	
Los juegos matemáticos hacen que la resolución de ecuaciones sea menos estresante.	17/77,2%		5/22,7%		
Aprendo mejor cuando trabajo en equipo con actividades lúdicas para resolver	15/68,1%	3/13,6%	4/18,1%		
Las actividades lúdicas me ayudan a recordar mejor los procesos para resolver ecuaciones lineales.	16/72,7	3/13,6%	2/9,09%		
Me resulta difícil concentrarme cuando se usan juegos para enseñar ecuaciones lineales.		7/31,8%		15/68,1%	
Los juegos matemáticos me animan a practicar más la resolución de ecuaciones fuera de clase.		14/63,6%	8/36,3%		
Comprendo rápido a resolver ecuaciones lineales cuando se usan actividades lúdicas	2/9,09%	10/45,4%	6/27,2%	4/18,1%	
Me gustaría que se usaran más juegos y actividades lúdicas en las clases de matemáticas.	18/81,8%	4/18,1%			

Y por último la prueba pedagógica de entrada a los estudiantes consistente en:

Lea detenidamente cada uno de los ítems.

Marque con una "X" la respuesta que considere correcta.

1. ¿Qué significa "despejar" la incógnita en una ecuación?

- a. Hacer que la incógnita sea la única variable en la ecuación.
  - b. Cambiar la ecuación a una forma más complicada.
  - c. Añadir más incógnitas a la ecuación.
  - d. Ignorar la incógnita.
2. Al resolver ecuaciones, ¿qué se hace con los términos que tienen letras?
- a. Se ignoran
  - b. Se pasan al otro lado de la ecuación
  - c. Se multiplican
  - d. Se suman sin más
3. Marque V en la respuesta correcta o F en la incorrecta.
- a) Las ecuaciones siempre son igualdades..... ( )
  - b) La resolución de ecuaciones requieren de la transposición de términos..... ( )
  - c) La comprobación de la ecuación, no es necesaria ..... ( )
4. ¿Cuál es el valor de x en la ecuación  $2x + 5 = 11$ ?
- a) 2
  - b) 3
  - c) 4
  - d) 5
5. ¿Cuál es la solución de la ecuación  $x - 3 = 7$ ?
- a)  $x = 10$
  - b)  $x = 12$
  - c)  $x = 4$
  - d)  $x = 6$
6. Marque X en la ecuación que permite resolver el problema:  
¿Qué edad tiene Joel si dentro de 5 años su edad será el doble de la actual?
- a)  $2x + 5 = x$
  - b)  $x + 5 = 2x + 5$
  - c)  $2x = x + 5$

La prueba se calificó en suficiente e insuficiente, teniendo en cuenta los siguientes indicadores

- 1. Identificación y desarrollo de las operaciones aritméticas necesarias
- 2. Conocimiento de los conceptos algebraicos.
- 3. Procedimientos para la solución de las ecuaciones (método que utilizan los estudiantes para resolver las ecuaciones)

Los resultados se comportaron como sigue, se analizan además las ineficiencias en cada indicador.

Tabla 2. Resultados de prueba diagnóstica

Evaluados	Suficientes	Insuficientes	Indicador 1	Indicador 2	Indicador 3
22	12	10	9	8	5

En la fase interactiva se diseñó y aplicó sistema de actividades para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita sustentado en el uso didáctico del juego, cuyos resultados se fueron evaluados de manera sistemática.

El sistema de actividades lúdicas se fundamenta en la teoría constructivista de Jean Piaget, la del aprendizaje significativo de David P. Ausubel y las ideas de Edgar Morin, con respecto al pensamiento complejo, en contraposición al pensamiento lineal.

Se aplicaron las siguientes actividades

### **a) Jugando con las ecuaciones con uso de las tapillas**

Objetivo: Que los estudiantes comprendan y resuelvan ecuaciones lineales de primer grado utilizando una representación visual con cartulinas y tapillas.

- Leer el problema en el cartel.
- Interpretan e identifican los datos.
- Indicar que la palabra equivalencia significa =.
- Utilizar cartulinas rectangulares de 7cm x 11cm, con colores diferentes.
- Explicar que, el valor de cada tapita es 1 en un lado y en otro lado es -1.
- Representar cada cantidad de datos con las cartulinas en la parte izquierda del igual (cuatro flores con 4 cartulinas), los 3 soles se representan con las tres tapitas.
- Explicar la cantidad que se representa en la parte derecha del igual que son:  
2 plantas con cartulina y el pago de 7 soles con 7 tapitas.
- Escribir la ecuación de la explicación anterior ( $4x + 3 = 2x + 7$ ) y explicar los dos miembros que forma la ecuación.
- Quitar de cada miembro las cartulinas que representan a la x.
- Quitar las tapitas que tiene cada miembro de la ecuación (quedan 2x que son las flores en el miembro izquierdo del igual y 4 unidades en el miembro derecho del igual).
- Repartir una tapita para cada flor.
- La respuesta es  $x = 2$

Para demostrar la realidad de la respuesta, se resuelve el mismo ejercicio mediante el modelo simbólico matemático  $4x + 3 = 2x + 7$

### **b) Tablero de ecuaciones inmediatas:**

Objetivo: Que los estudiantes practiquen la solución de ecuaciones lineales sencillas con una variable de manera interactiva y competitiva.

- Dibujar en un tablero de 15cm x 30 cm, 25 recuadros.
- Escribir ecuaciones lineales sencillas con una variable ( $6x - 3 = 7 + x$ ).
- Seleccionar 24 tapillas de diversos colores.
- Las soluciones de cada ecuación son 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
- Lanzando el dado, deben participar máximo cuatro estudiantes.
- Colocar una tapilla en la casilla de la ecuación cuya solución corresponda con el número del dado.

- El ganador será aquel que, tras seis lanzadas, haya conseguido colocar más fichas.

### **c) Explicación de Ecuaciones base "Juego de cartas 2".**

Objetivo: Que los estudiantes practiquen la solución de ecuaciones lineales de primer grado utilizando cartas de cartulina de diferentes colores.

- Diseñar cartas en cartulina de diversos colores con tamaño de 10 x 5 cm

- Escribir en ambos lados de la carta un término que puede ser, término dependiente  $4x$  o término independiente  $-2$ , en un lado con signo positivo y en el otro lado con signo negativo.

Estructura de la Actividad:

Coloca las cartas en la mesa de manera que estén claramente visibles, organizadas por signo positivo y signo negativo.

Explica a los estudiantes el proceso de utilización de las cartas para resolver ecuaciones lineales.

Proceso de solución:

- Ubica la carta con el signo igual en el centro de la mesa.

- Muestra a los estudiantes cómo mover las cartas con términos que contienen coeficiente de  $x$  en lado izquierdo del igual, y las cartas con términos independiente al lado derecho.

- Realiza la suma o resta de los términos en ambos lados del igual para simplificar la ecuación.

- Explicar el proceso para despejar la variable  $x$  dividiendo los coeficientes numéricos del numerador por el denominador incluyendo el signo, para encontrar el valor de  $x$ .

Durante todo el proceso de aplicación de las actividades en se realizó la observación y se recogieron opiniones de los estudiantes en base a:

1. Motivación y participación de los estudiantes
2. Resultados de aprendizaje.

Se evidenció un aumento de la motivación y el interés de los estudiantes lo cual fue expresado por ellos y mejores resultados de aprendizaje en cada juego.

En la fase post activa como evaluación final se aplicó la siguiente prueba pedagógica de salida

Lea detenidamente cada uno de los ítems.

Marque con una "X" la respuesta que considere correcta.

1. ¿Qué se debe hacer para resolver la ecuación transponiendo términos?

- a. Cambiar todos los números a cero
- b. Colocar cada término en su lugar correcto
- c. Escribir la ecuación sin cambios
- d. Ignorar los signos negativos

2. La respuesta correcta de la ecuación  $-3x = 15$ ; es:

- a. - 5
- b. - 3
- c. - 2

d. Ninguna

3. ¿Cuál es el resultado final al despejar la variable 'x' cuando la ecuación es  $4 - 4x = - 8x + 20$ ?

a. 2

b. 4

c. - 4

d. - 3

4. En la ecuación  $(a + 3 = 2a - 3)$ , el valor de la variable "a" es:

a) 2

b) 3

c) 6

d) Ninguna

5. Si al doble de un número se le resta su mitad, resulta 54. ¿Cuál es el número?

a. 45

b. 24

c. 36

d. Ninguna

Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 3. Resultados de aplicación de juegos de cartas

Evaluados	Suficientes	Insuficientes	Indicador 1	Indicador 2	Indicador 3
22	16	6	7	7	8

## DISCUSIÓN

En el Currículo de los niveles de educación obligatoria Educación General Básica Superior el contenido relacionado con el álgebra y específicamente la solución de ecuaciones lineales con una incógnita tiene un papel fundamental como lo consideran autores como Aredo Alvarado, M. A., y Ugarte Guerra, F. J., (2019) y Alsina, A., y Bosch, E., (2024)

La entrevista y la observación a clase permitieron comprobar lo planteado por investigadores como con respecto a que existe consenso sobre las potencialidades del juego para la enseñanza de la Matemática, (Solorzano et al., 2023) (Solís Ruiz, M. A., & Cambo Chisag, N. V., 2023), (Jama-Zambrano, V. & Cornejo-Zambrano, J. 2023), (Cueva-Cáceres, J. 2023) ; sin embargo es aún insuficiente su uso sistemático por parte de los docentes, lo cuales lo aplican fundamentalmente con niños pequeños

La encuesta a los estudiantes demostró que estos valoran positivamente la utilización del juego en el proceso de enseñanza aprendizaje aunque algunas respuestas denotan dudas y desconocimiento, situación que los autores presumen se deban a la falta de experiencias en este sentido debido a que los docentes no utilizan estrategias lúdicas con sistematicidad y no la han utilizado específicamente en el caso de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

La valoración de los estudiantes se evidencia en los ítems con mayores respuestas totalmente de acuerdo y de acuerdo:

Tabla 4. Resultados sobre utilización del juego en clases de matemáticas

	Totalmente de acuerdo	De acuerdo
Me gustaría que se usaran más juegos y actividades lúdicas en las clases de matemáticas.	18/81,8%	4/18,1%
Me siento más motivado para aprender ecuaciones lineales cuando se usan juegos en clase.	17/77,2%	3/13,6%
Los juegos matemáticos hacen que la resolución de ecuaciones sea menos estresante.	17/77,2%	
Las actividades lúdicas me ayudan a recordar mejor los procesos para resolver ecuaciones lineales.	16/72,7	3/13,6%
Aprendo mejor cuando trabajo en equipo con actividades lúdicas para resolver	15/68,1%	3/13,6%

En la prueba pedagógica de entrada se corroboraron las insuficiencias identificadas por el docente en la entrevista y los criterios de autores como Pérez et al. (2019) sobre los diferentes tipos de errores que presentan los estudiantes en el aprendizaje del Álgebra, especialmente lo referido a errores aritméticos por limitaciones en los conocimientos previos y algebraicos asociados a la simbología propia del álgebra y la aplicación incorrecta de procedimientos para la solución de las ecuaciones.

En la prueba pedagógica de salida se evidenció mejoría aunque discreta en los resultados en lo que respecta a el Número de estudiantes que lograron la calificación de suficiente, sin embargo se manifestaron más estudiantes con dificultades en el método que utilizan los estudiantes para resolver las ecuaciones.

La comparación de los resultados de ambas pruebas arroja lo siguiente:

Tabla 5. Resultados de comparación de las 2 pruebas de entrada y salida

Evaluados	Suficientes	Insuficientes	Indicador 1	Indicador 2	Indicador 3
22	12	10	9	8	5
22	16	6	7	7	8

Se mantiene errores aritméticos y de conocimiento de los conceptos algebraicos aunque disminuyeron discretamente, lo cual atribuyen los autores a que no fue posible aplicar con sistematicidad la propuesta.

La valoración final de la propuesta por parte de los autores y el docente participante en el estudio de caso tuvo en cuenta

- Correspondencia de la propuesta con los objetivos y destrezas que según el currículo se deben lograr en el año.
- Potencialidades para en la motivación y el interés por el aprendizaje.
- Potencialidades para incidir en el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

Como resultado de dicha valoración se consideró que la propuesta aunque es susceptible de ser perfeccionada, ampliada y aplicada durante un período de tiempo más largo para demostrar su efectividad, es factible de aplicar, se corresponde con los objetivos y destrezas

que según el currículo se deben lograr en el año, incide positivamente en la motivación de los estudiantes y tiene potencialidades para contribuir al perfeccionamiento del aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

Los hallazgos con respecto a las potencialidades didácticas del juego en la enseñanza del álgebra se corresponden con los de otros investigadores como Figuera Toussentt, H., y Gutiérrez Gutiérrez, A., (2023) y Alsina, A., y Bosch, E., (2024).

A partir de la experiencia se consideró oportuno recomendar utilizar problemas extraídos del contexto cercano de los estudiantes (Chavarría Arroyo, G., 2014) y trabajar con los contenidos previos necesarios para desarrollar la solución de ecuaciones lineales con una incógnita y utilizar el error como una herramienta didáctica como recomienda Pérez et al. (2019).

## **CONCLUSIONES**

En el desarrollo de la investigación se cumplió el objetivo propuesto, elaborar un sistema de actividades para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita sustentado en el uso didáctico del juego, cuya aplicación evidenció la eficacia del juego como estrategia didáctica para el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita .

Los resultados obtenidos se corresponden con los hallazgos de otras investigaciones que corroboran la incidencia del juego en la motivación de los estudiantes por el aprendizaje y su influencia positiva en los resultados académicos.

## **LIMITACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS**

Es necesario disponer de más tiempo para realizar una validación completa de la propuesta y hacia el futuro perfeccionarla y generalizarla a otros paralelos de octavo año.

## **RECONOCIMIENTO**

Al apoyo de los directivos y los docentes de la Unidad Educativa del Milenio “Profesora Consuelo Benavides” y de estudiantes de octavo año y a la orientación y guía del tutor de la investigación que sirve de base al artículo PhD Gregory Naranjo Vaca

## **CONTRIBUCIÓN DE LOS COAUTORES:**

Francisco Eusebio Acaro Lapo: búsqueda y procesamiento de la información teórica y procesamiento de los datos del diagnóstico, implementación de la propuesta de solución al problema y elaboración del artículo

María Jisela Porozo Rodríguez: elaboración, aplicación y procesamiento de los instrumentos, aplicación de la propuesta y escritura del artículo.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Alsina, A., & Bosch, E., (2024) Álgebra en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido algebraico *Revista Tangram*, 7(3) 1-31

Aredo Alvarado, M. A., & Ugarte Guerra, F. J., (2019) La didáctica de la matemática y el álgebra lineal, *Quintaesencia* vol. 10, 27-32

- Aristizabal, J.H., Colorado, H. & Gutiérrez, H., (2016) El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12 (1) 117-125.
- Cambo Aguaiza, J., (2023) El método lúdico como estrategia determinante para el aprendizaje de ecuaciones e inecuaciones. *Revista Científica UISRAEL*, 10 (1) 115-129
- Cortés Tunjano, L. O. & Toro-Uribe, J. A. (2024). Álgebra y argumentación: desafíos para la investigación en educación matemática, *Pedagogía y Saberes*, (60), 192–206. <https://doi.org/10.17227/pys.num60-18627>
- Cueva-Cáceres, J. (2023). Gamificación: Un recurso que promueve las competencias matemáticas en la educación peruana, *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 16(2), 209-221. <https://doi.org/10.37843/rted.v16i2.397>
- Chavarría Arroyo, G., (2014) Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia, *Uniciencia*, 28 (2) 15-44
- Figuera Toussentt, H., & Gutiérrez Gutiérrez, A., (2023) El aprendizaje basado en el juego para la enseñanza del Álgebra de 1º de ESO, *Números Revista de didáctica de las matemáticas*, Volumen 115, 161-183
- Jama-Zambrano, V. & Cornejo-Zambrano, J. (2023). La construcción de las Matemáticas a partir de los recursos de gamificación, *Revista Tecnológica Educativa Docentes 2.0*, 16(2), 138-142. <https://doi.org/10.37843/rted.v16i2.388>
- León Soto, A. (s/f) Teorías contemporáneas para la enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita, mediante el uso de TIC. Informe de investigación. Facultad de educación Maestría en informática aplicada a la educación. Universidad Cooperativa de Colombia
- León Loaiza, M. A., & León Loaiza, J. R. (2023). Aprender álgebra lineal con metodologías innovadoras y herramientas interactivas aplicadas a problemas de la vida cotidiana. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, 4(2), 2555–2562. <https://doi.org/10.56712/latam.v4i2.777>
- López Zuleta, L. B. (2017) Implementación de mediadores didácticos para la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita” “Proyecto de aula para el Grado Noveno” Trabajo final de maestría presentado como requisito para optar al título de: Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
- Mesa Peña, E. O. (2016) Diseño de un proyecto de aula para la enseñanza de la ecuación lineal con una incógnita a partir del proceso del lenguaje y la comunicación en el proceso de resolución de problemas. Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de: Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.
- MINEDUC (2017). Currículo de los niveles de educación obligatoria Educación General Básica Elemental
- Ochoa Jaramillo, J. P., Tobar Armache, A. M., Bustamante Aguilera, M. S., & Martillo Cedeño, M. Del C., (2024) Exploración de geometría y álgebra con GeoGebra y modelado 3D en Tinkercad para prácticas interactivas, *Revista Dominio de las ciencias*, 10(3) Julio-Septiembre 2188-2206
- Pérez, M., Diego, J. M., Polo, I. & González, M. J. (2019). Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita. *PNA* ,13(2), 84-103.

- Sará, E. & Campo, M. (2024) El método de Polya en la resolución de problemas de ecuaciones lineales. *Educación en Contexto*, X (20) 39-55
- Solís Ruiz, M. A., & Cambo Chisag, N. V., (2023) La gamificación como didáctica de enseñanza de Matemáticas en la Educación Básica Media, *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2) 10422-10436
- Solorzano, L., Choez, C., Castillo, J., Castillo C., & Macías, A. (2023). Rompiendo barreras en la enseñanza de las matemáticas: cómo las aplicaciones y tecnologías pueden mejorar el desempeño académico y la confianza del estudiante. *Revista G-ner@ndo*, 4 (1). 888– 911.
- Yacuzzi, E., (2005). El estudio de caso como metodología de investigación: Teoría, mecanismos causales, validación, Serie Documentos de Trabajo, Universidad del CEMA: Área: negocios, No. 296